

▣ Να λύσει το ακόλουθο σύστημα με τη μέθοδο απαλοιφής

Gauss με μερική οδηγία:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 0 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{5}z = 0 \end{cases}$$

ΛΥΣΗ

Βρίσκουμε τον μεγαλύτερο συντελεστή και τον φέρνουμε πάνω αριστερά του πίνακα αλλαγώντας τη σειρά εξισώσεων-αγνωστών. Στη συνέχεια διαγράφουμε την πρώτη εξίσωση με το πρώτο οδηγό στοιχείο και έτσι έχουμε το πάνω αριστερό στοιχείο του πίνακα 100 με τη μονάδα. Έπειτα, μηδενίζουμε τους συντελεστές της πρώτης στήλης (και στο εστειρωμένο $10x$ πολλαπλασιάζουμε την $1^{\text{η}}$ γραμμή με $\frac{1}{2}$ και $\frac{1}{3}$ και αφαιρούμε από την $2^{\text{η}}$ - $3^{\text{η}}$ γραμμή αντίστοιχα):

Άρα, συνολικά θα έχουμε:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1 & \leftarrow \text{1η οδηγός γραμμή} \\ \frac{1}{12}y + \frac{1}{12}z = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{12}y + \frac{4}{45}z = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

και επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία στο σύστημα

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1 \\ y + z = -6 \\ \frac{1}{180}z = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1 \\ y + z = -6 \\ z = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -36 \\ z = 30 \end{cases}$$